Konzeption neuer *E–Übungsaufgaben* für mathematische Service-Lehrveranstaltungen

Martin Hanke-Bourgeois

Institut für Mathematik
Johannes Gutenberg-Universität Mainz

Rahmenbedingungen

Mathematik-Lehrveranstaltungen bestehen in der Regel aus

4h Vorlesung und 2h Übung

Eine *Übung* “besteht” aus

- Übungsblättern mit Hausaufgaben,
- einer Präsenzveranstaltung, in der diese Aufgaben besprochen werden

Rahmenbedingungen

Mathematik-Lehrveranstaltungen bestehen in der Regel aus

4h Vorlesung und 2h Übung

Eine *Übung* “besteht” aus

- Übungsblättern mit Hausaufgaben,
- einer Präsenzveranstaltung, in der diese Aufgaben besprochen werden
- . . . und vielen Studierenden (HiWis), die Aufgaben korrigieren

Rahmenbedingungen

Mathematik-Lehrveranstaltungen bestehen in der Regel aus

4h Vorlesung und 2h Übung

Eine *Übung* “besteht” aus

- Übungsblättern mit Hausaufgaben,
- einer Präsenzveranstaltung, in der diese Aufgaben besprochen werden

- . . . und vielen Studierenden (HiWis), die Aufgaben korrigieren

Überschlagsrechnung (allein für Service-Angebote/Jahr):

1500 Hörer $\times$ 4 Aufgaben/Woche $\approx$ 50 HiWis $\approx$ 100 k€

Rahmenbedingungen

Mathematik-Prüfungen bestehen aus

- Rechenaufgaben
- Abfragen von Definitionen/Sätzen
- kleineren Beweisen

Rahmenbedingungen

Mathematik-Prüfungen bestehen aus

- Rechenaufgaben
- Abfragen von Definitionen/Sätzen
- kleineren Beweisen

Unterschiedliche Prüfungsformen

$\rightsquigarrow$ **unterschiedliche Aufgabentypen**

Rahmenbedingungen

Mathematik-Prüfungen bestehen aus

- Rechenaufgaben
- Abfragen von Definitionen/Sätzen
- kleineren Beweisen

⇝ **neuer “visueller Aufgabentyp” für *E-Aufgaben***

Danksagung

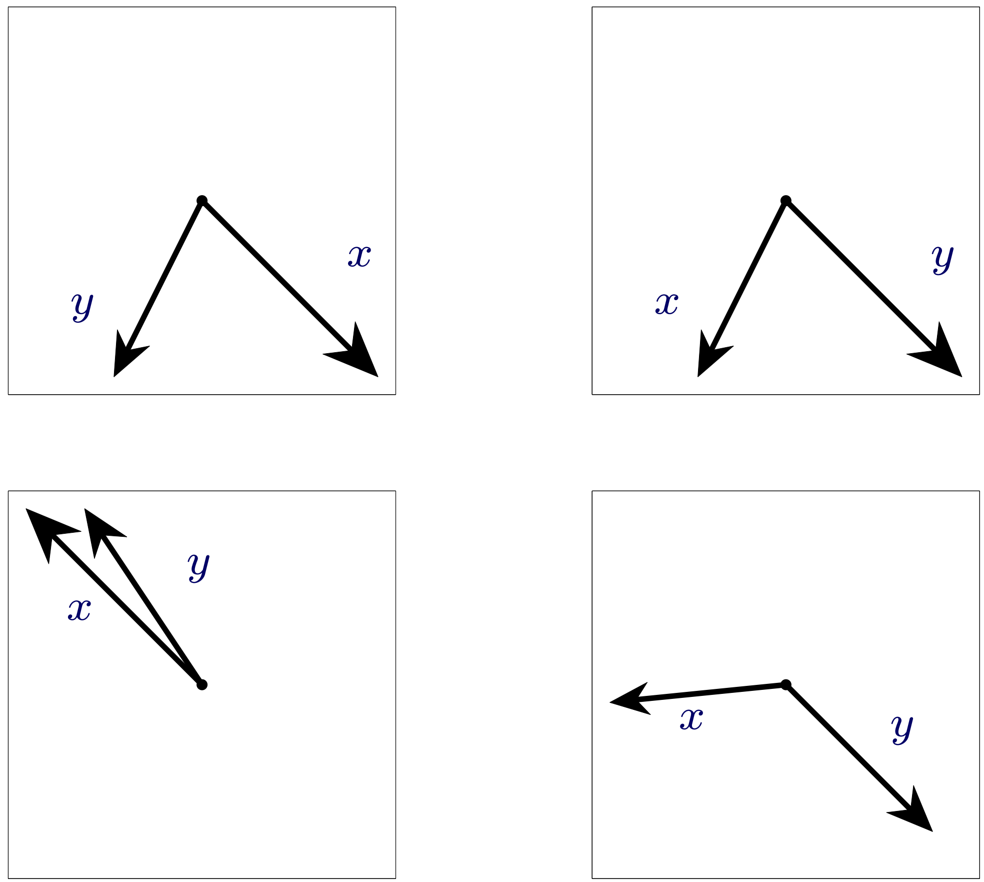
- Universität/ZQ/GLK
- Institut für Mathematik

- Stefanie Hollborn

- Lilian Arnold
- Christina Ludwig
- Holger Schier
- Christoph Schneider

Weitere Beispiele . . .

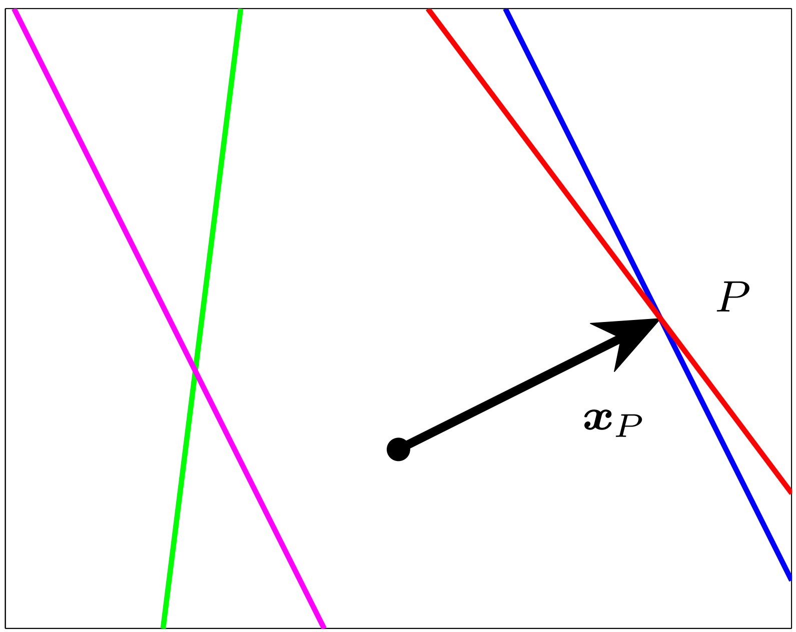
Geben Sie an, für welche der nachfolgenden Vektorenpaare x und y das Skalarprodukt $x^T y$ negativ ist.



Weitere Beispiele . . .

Für eine der unten eingezeichneten Geraden $g \subset \mathbb{R}^2$ genügen die Ortsvektoren x_Z aller Punkte $Z \in g$ der Gleichung

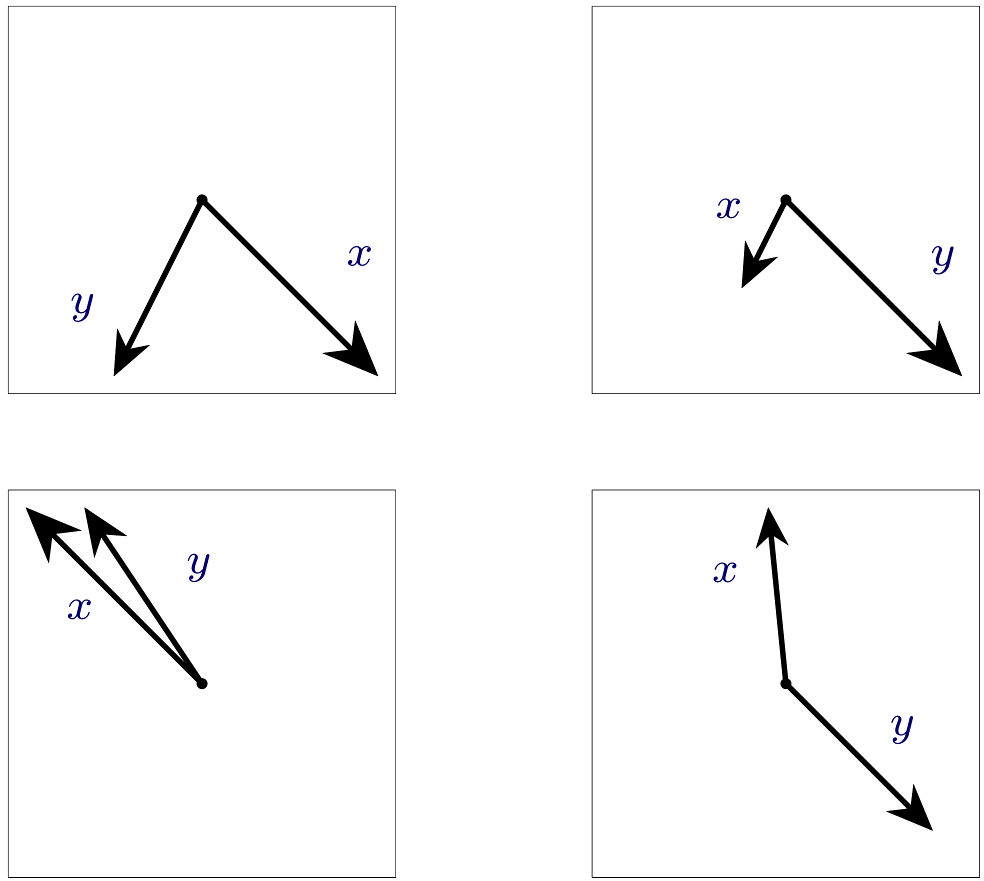
$$2\,\boldsymbol{x_Z} \cdot \boldsymbol{x_P} + 1 = 0\,.$$



Welche der Geraden ist das?

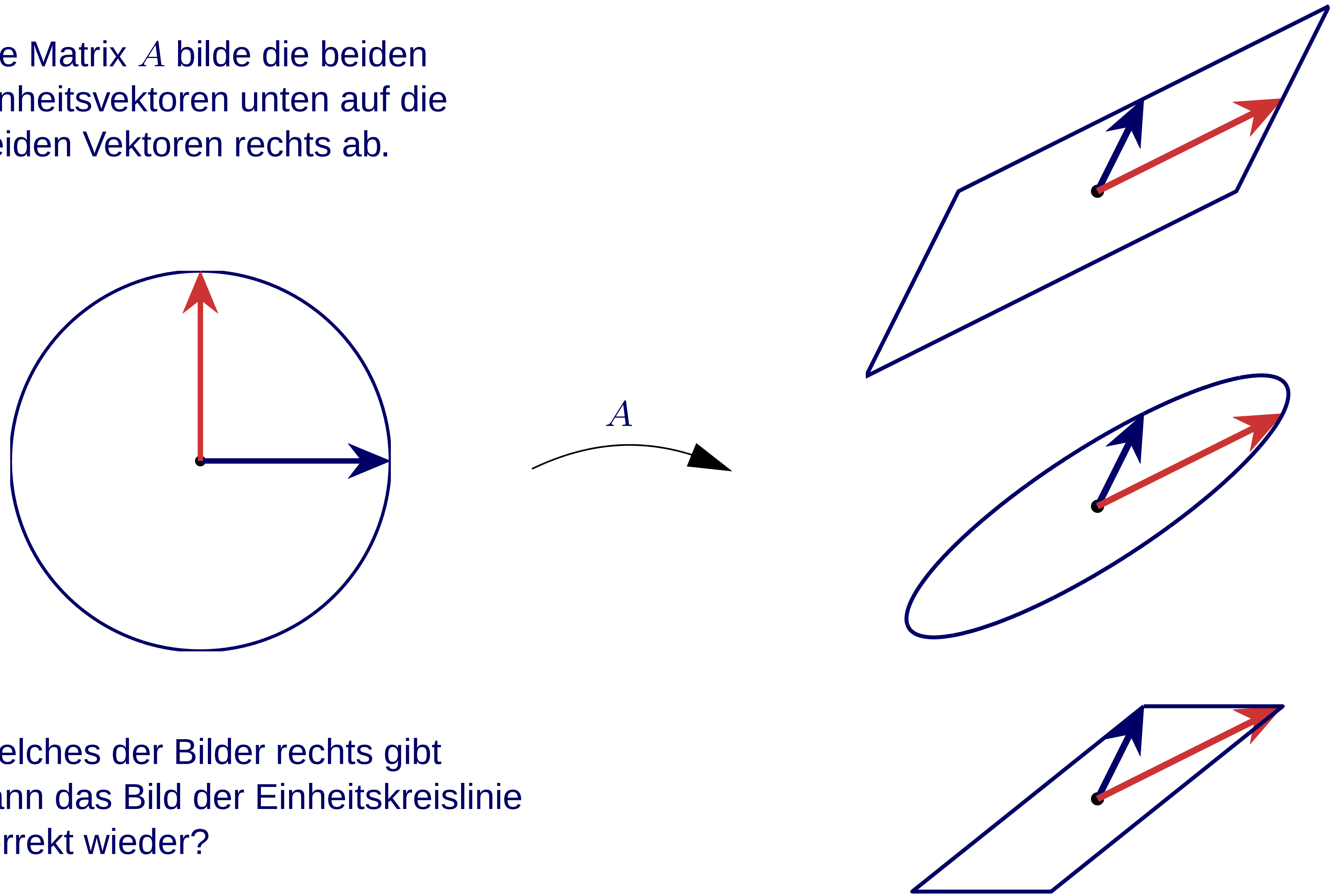
Weitere Beispiele . . .

Ordnen Sie die nachstehenden Vektorpaare so an, dass die Länge ihres Vektorprodukts anwächst.



Weitere Beispiele . . .

Die Matrix A bilde die beiden Einheitsvektoren unten auf die beiden Vektoren rechts ab.

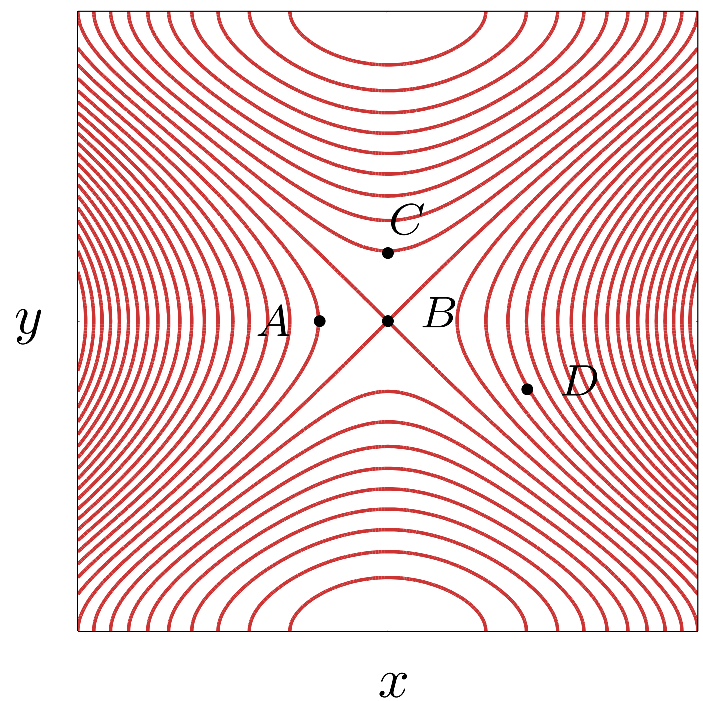


Welches der Bilder rechts gibt dann das Bild der Einheitskreislinie korrekt wieder?

Weitere Beispiele . . .

Die folgende Abbildung zeigt die Niveaulinien einer Funktion $f = f(x, y)$.

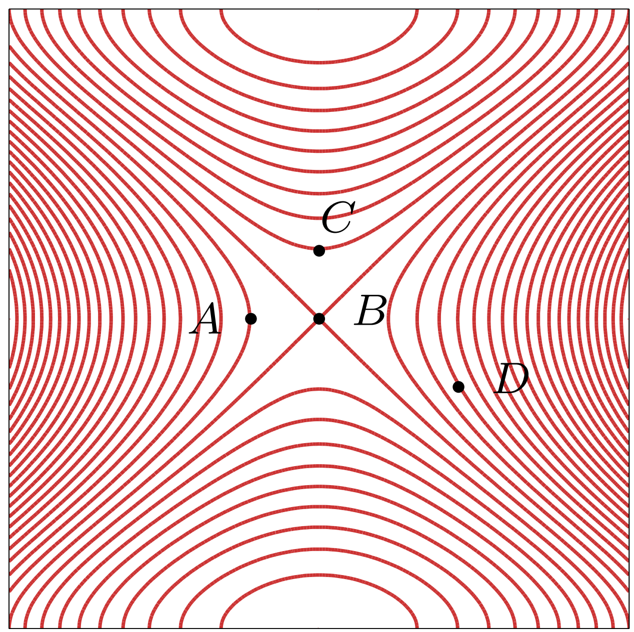
Geben Sie an, um welche der eingezeichneten Punkte die jeweilige Gleichung $f(x, y) = c$ nicht lokal in $x = x(y)$ auflösbar ist.



Weitere Beispiele . . .

Die folgende Abbildung zeigt Niveaulinien einer Funktion $f = f(x, y)$.

Geben Sie an, welche der eingezeichneten Punkte definitiv ein/kein lokales Extremum (Sattelpunkt) sind.

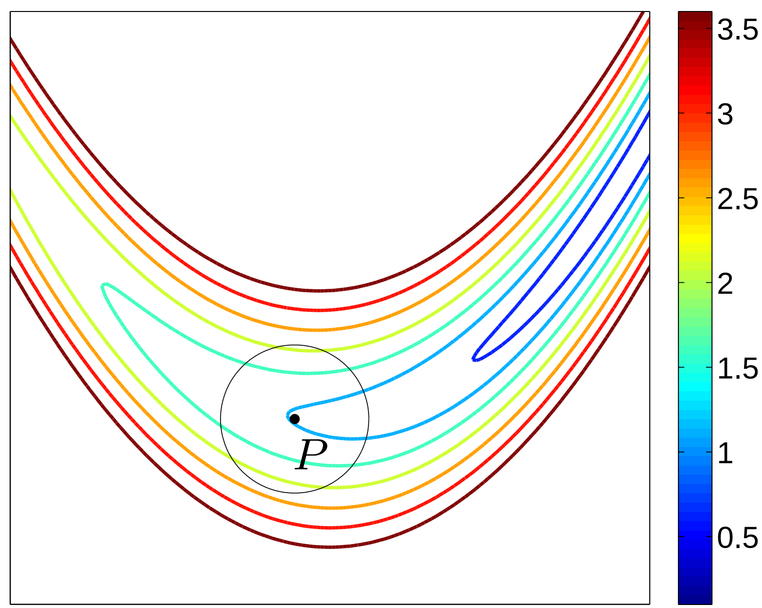


Weitere Beispiele . . .

Die folgende Abbildung zeigt Niveaulinien einer Funktion $f = f(x, y)$.

An der Farbskala lassen sich die jeweiligen Funktionswerte ablesen.

Klicken Sie auf dem schwarzen Kreis auf den Punkt, auf den der Gradient im Punkt P zeigt.

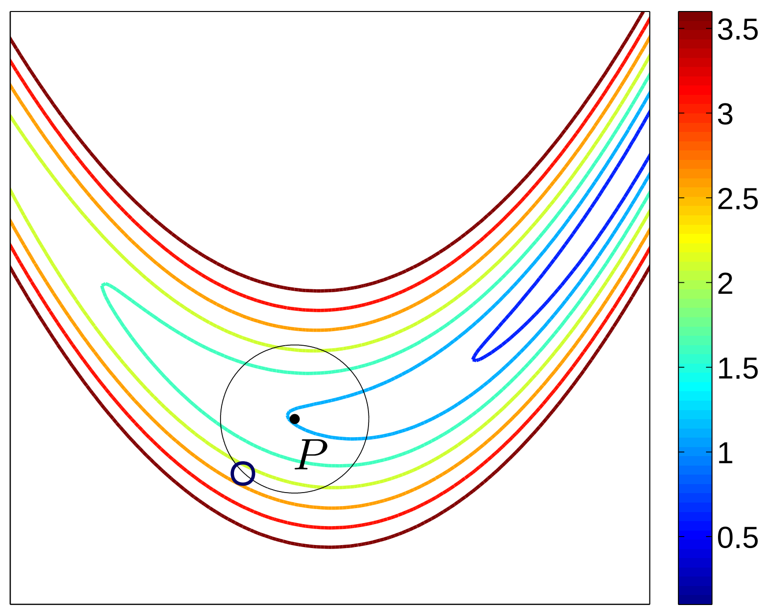


Weitere Beispiele . . .

Die folgende Abbildung zeigt Niveaulinien einer Funktion $f = f(x, y)$.

An der Farbskala lassen sich die jeweiligen Funktionswerte ablesen.

Klicken Sie auf dem schwarzen Kreis auf den Punkt, auf den der Gradient im Punkt P zeigt.

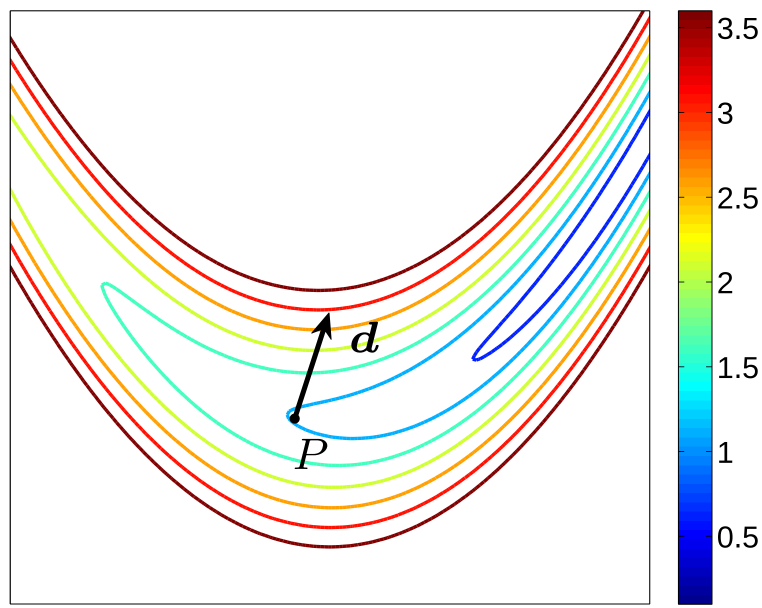


Weitere Beispiele . . .

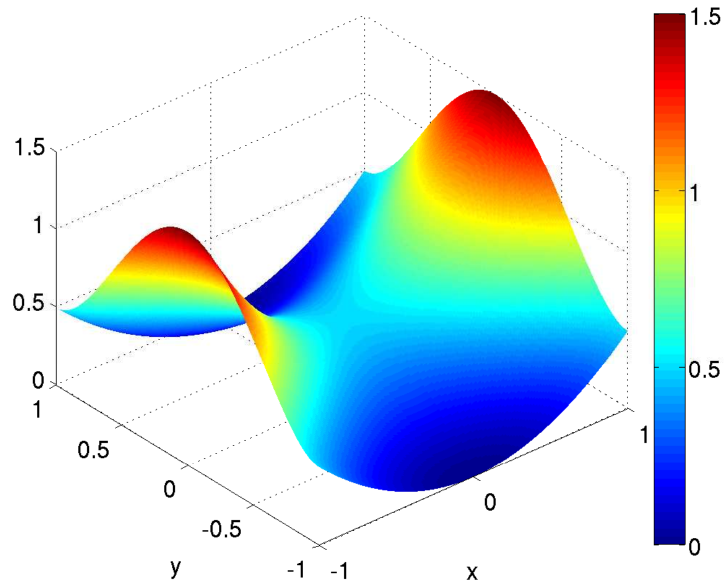
Die folgende Abbildung zeigt Niveaulinien einer Funktion f.

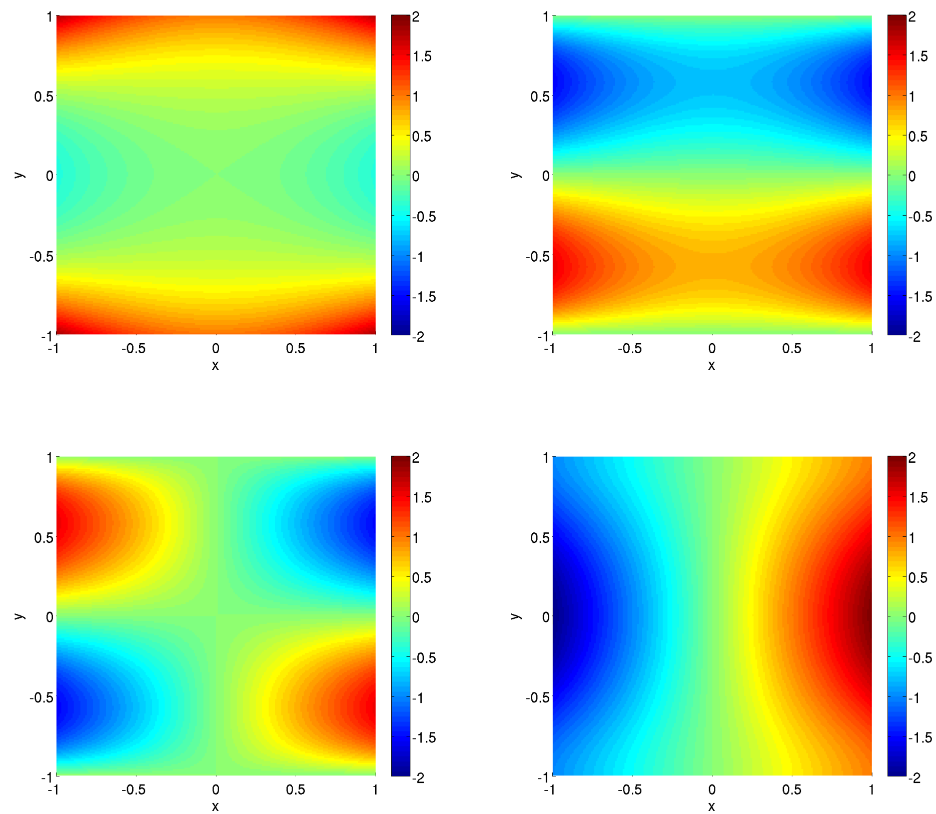
An der Farbskala lassen sich die jeweiligen Funktionswerte ablesen.

Welches Vorzeichen hat die Richtungsableitung $\dfrac{\partial f}{\partial \boldsymbol{d}}(P)$?



Weitere Beispiele . . .



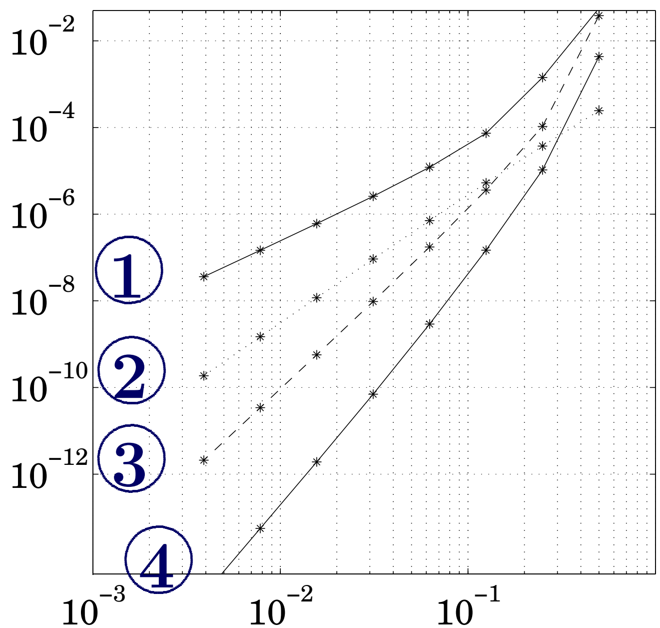


Obige Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion $f = f(x, y)$.

Welche der vier nebenstehenden Graphen zeigen die Farbwerte der partiellen Ableitungen f_x bzw. f_y?

Weitere Beispiele . . .

Die Abbildung enthält Fehlerkurven von vier Runge-Kutta-Verfahren. Aufgetragen ist der relative Fehler in Abhängigkeit von der Schrittweite.

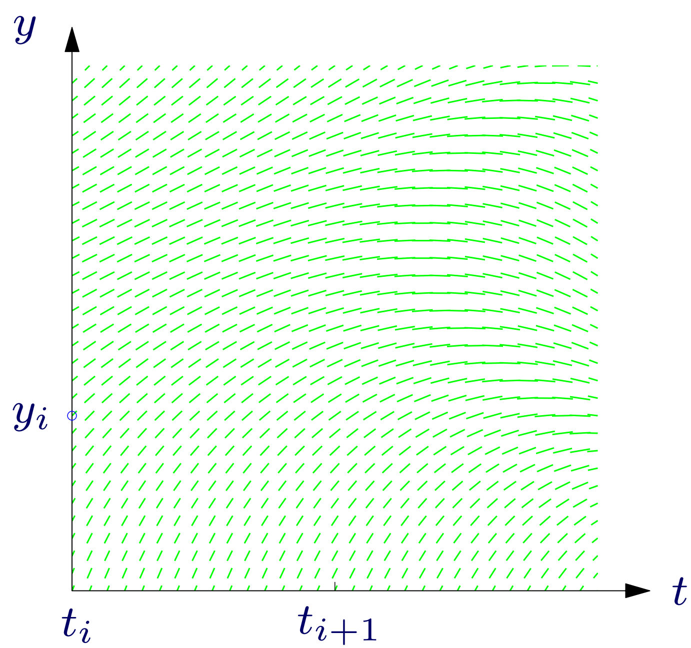


Welche Kurve gehört zu einem Runge-Kutta-Verfahren mit Ordnung 3?

Weitere Beispiele . . .

Die nachfolgende Abbildung enthält das Richtungsfeld der DGl

$$y' = y^2 + 1 - t^2 \,.$$

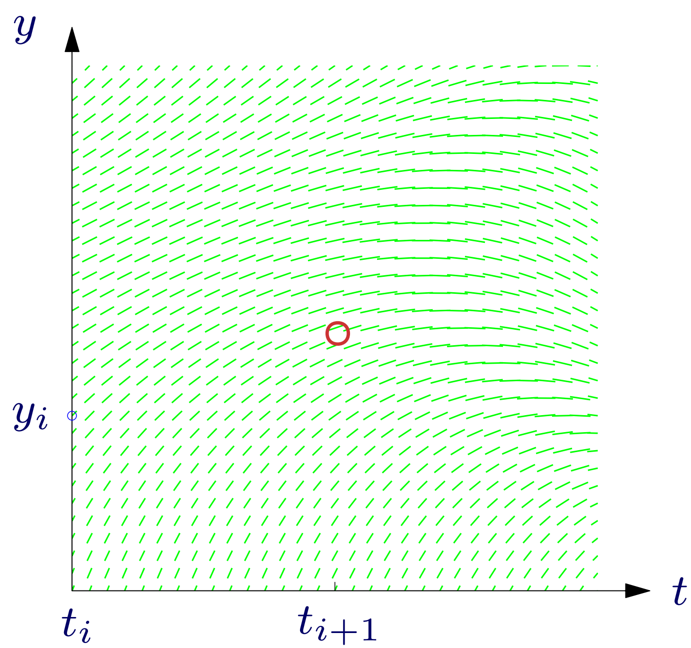


Klicken Sie im Richtungsfeld auf den Punkt (t_{i+1}, y_{i+1}), der dem Ergebnis eines *impliziten* Euler-Schrittes entspricht.

Weitere Beispiele . . .

Die nachfolgende Abbildung enthält das Richtungsfeld der DGl

$$y' = y^2 + 1 - t^2 \, .$$



Klicken Sie im Richtungsfeld auf den Punkt (t_{i+1}, y_{i+1}), der dem Ergebnis eines *impliziten* Euler-Schrittes entspricht.